

Klassinen kenttäteoria 763629S
Tentti 12.9.2003 (kevään 2002 kurssin mukaan)

1. Selitä seuraavat käsitteet (kustakin kohdasta muutama lause, mahdollisesti kaava)

- (a) dispersiorelaatio
- (b) adiabaattinen invariantti
- (c) Maxwellin jännitystensori
- (d) viivästetty potentiaali
- (e) toinen kvantisointi
- (f) Diracin spinori

2. Poikittain värähteleviä hiukkasia (massa m , välimatka a , lukumäärä n), jotka on kytketty painottomalla jännitetyllä langalla (jännitysvoima τ) kuvaa Lagrangen funktio

$$L = \frac{1}{2}m \sum_{i=1}^n \dot{\mu}_i^2 - \frac{\tau}{2a} \sum_{i=0}^n (\mu_{i+1} - \mu_i)^2. \quad (1)$$

Johda tästä Lagrangen funktio poikittain värähtelevälle jatkuvalla langalle. Määrittele huolellisesti mitä raja-arvoja otat.

3. Tarkastellaan Lagrangen tiheyttä

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_i \phi \partial^i \phi + \lambda (\cos \phi - 1), \quad (2)$$

missä λ on vakio. Kirjoita Lagrangen liikeyhtälö kentälle ϕ . Kirjoita Hamiltonin tiheys. Millaisen säilymlain se toteuttaa?

4. Kirjoita sähkömagneettisen kenttätensarin

$$F_{ki} = \frac{\partial A_i}{\partial x^k} - \frac{\partial A_k}{\partial x^i} \quad (3)$$

komponentit sähkö- ja magneettikenttien \mathbf{E} ja \mathbf{B} avulla. Mitkä (3-vektorimuotoiset) Maxwellin yhtälöt saadaan relaatiosta

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} = 0. \quad (4)$$

5. Luennot johdettiin kaavat

$$\mathbf{E} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1 - \frac{v^2}{c^2}}{\left(R - \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{v}}{c}\right)^3} \left(\mathbf{R} - \frac{R\mathbf{v}}{c}\right) \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{c^2 \left(R - \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{v}}{c}\right)^3} \mathbf{R} \times \left[\left(\mathbf{R} - \frac{R\mathbf{v}}{c} \right) \times \dot{\mathbf{v}} \right] \Bigg\}, \\
\mathbf{B} &= \frac{1}{cR} \mathbf{R} \times \mathbf{E}. \tag{5}
\end{aligned}$$

Kerro sanallisesti mistä ne tulevat, ja mikä on niissä esiintyvien eri termien fysikaalinen tulkinta.