Klassinen kenttäteoria 763629S
Tentti 12.12.2003 (kevään 2002 kurssin mukaan)

1. Selitä seuraavat käsitteet (kustakin kohdasta muutama lause, mahdollisesti kaava)
    (a) dispersiorelaatio
    (b) energia-liikemäärätensori
    (c) elektronin klassinen säde
    (d) viivästynyt potentiaali
    (e) Klein-Gordonin yhtälö
    (f) toinen kvantisointi

2. Tutkitaan vaikutusintegraalia

$$S = -\frac{1}{c}\int ds(mc^2 + V), \tag{1}$$

missä ds on neliavaruuden viivanpituuden differentiaali, ja $V(x^0, \mathbf{x})$ jokin potentiaali. Laske kanoninen liikemäärä, Hamiltonin funktio ja Lagrangen liikeyhtälö. Millä oletuksilla ne redusoituvat tutuiksi epärelativistisiksi yhtälöiksi.

3. Tarkastellaan Lagrangen tiheyttä

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}\left(u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial t}; x, t\right) \tag{2}$$

Muodosta vaikutusintegraali. Varioimalla sitä johda Lagrangen yhtälöt

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial u/\partial t)} + \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial u/\partial x)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} = 0. \tag{3}$$

4. Tutkitaan suoraa johdinlankaa (poikkileikkaus ympyrä) jossa kulkee sähkövirta $I = \sigma E$. Ratkaise Maxwellin yhtälöistä kentät $\mathbf{E}$ ja $\mathbf{B}$ johtimen ympärillä. Osoita integroimalla Poyntingin vektoria

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B} \tag{4}$$

että lämmöksi muuttuva energia voidaan ajatella virtaavan johtimeen ulkoisesta kentästä.

5. Osoita että Maxwellin yhtälöt ja Lorentz-voiman sisältävä liikeyhtälö ovat invariantteja ajankäännössä. Miten on jos lisäksi käytetään relaatiota

$$\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E}? \tag{5}$$

Tulkitse tämä sanallisesti.