

1. Tarkastellaan vapaan hiukkasen vaikutusintegraalia

$$S = -mc \int_a^b ds. \quad (1)$$

Johda siitä vapaan hiukkasen Lagrangen funktio, ja osoita että se epärelativistisella rajalla redusoituu tuttuun lausekkeeseen.

2. Perustelee että

$$\tilde{\rho} = \rho \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (2)$$

on neliskalaari, missä ρ on varaustiheys (varaus/tilavuus). Lähtien vaikutusintegraalista

$$S = - \sum \int mcds - \sum \int eAds - \frac{1}{2c} \int \frac{\partial A}{\partial x_i} \frac{\partial A}{\partial x^i} d\Omega, \quad (3)$$

missä summaukset ovat yli hiukkasten (varaukset e , massat m ja viivaelementit ds) ja $d\Omega = dx^0 dx^1 dx^2 dx^3$, johda liikeyhtälö skalaarikentälle $A(\mathbf{r}, t)$.

3. Tutkitaan *varauskonjugointia*, jossa kaikki varausten merkit muutetaan vastakkaisiksi, $e \rightarrow -e$. Osoita että Maxwellin yhtälöt ja liikeyhtälö Lorentz-voimalla säilyvät muuttumattomina, kun kenttiä muutetaan sopivasti. Miten käy relaation $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$?
4. Kirjoita sähkömagneettisen kenttätensarin

$$F_{ki} = \frac{\partial A_i}{\partial x^k} - \frac{\partial A_k}{\partial x^i} \quad (4)$$

komponentit sähkö- ja magneetikenttien \mathbf{E} ja \mathbf{B} avulla. Mitkä (3-vektorimuotoiset) Maxwellin yhtälöt saadaan relaatiosta

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} = 0. \quad (5)$$

5. Kerro miksi Coulombin laki

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^3}. \quad (6)$$

ei yleisesti ole kelvollinen relativistisessä sähködynamiikassa. Kerro sanallisesti minkä tyyppiset relaatiot sen sijaan saadaan potentiaaleille ϕ ja \mathbf{A} , sekä kentille \mathbf{E} ja \mathbf{B} yleisessä tapauksessa.

Täytä kurssiarviointilomake.