

51. Eliminoi esimerkin tehtävästä vakio $C[2]$ käyttämällä oletusta, jonka mukaan pesäpallon alkunopeus oli 10 m/s ylöspäin.

```
ratk = DSolve[{a == y''[t], y[0] == 0, y'[0] == -10}, y[t], t]
{{y[t] -> 1/2 (-20 t + t^2)}}
```

52. Mikä on pesäpallon saavuttama maksimikorkeus ja missä ajassa? Milloin pesäpallo palaa heittokorkeudelle?

```
y[t_] = y[t] /. ratk[[1]]
```

```
1/2 (-20 t + t^2)
```

```
nop = D[y[t], t]
```

```
1/2 (-20 + 2 t)
```

```
Solve[nop == 0, t]
```

```
{{t -> 10}}
```

```
y[10]
```

```
-50
```

```
Solve[y[t] == 0, t]
```

```
{{t -> 0}, {t -> 20}}
```

53. Päättelä veneestä pudotetun tiiliskiven tapauksessa järkevät reunaehdot, ratkaise yhtälö Mathematicalla, anna vakioille numeroarvot ja piirrä ratkaisusta kuva. Mitä huomaat? Miten tutkisit asiaa edelleen? Tutki myös mitä tapahtuu, jos muutat tiiliskiven massaa, ilman että muutat vakiota k .

```
Clear[y, k, g, m, t, ratk]
```

```
m = 2;
```

```
g = 9.81;
```

```
k = 1;
```

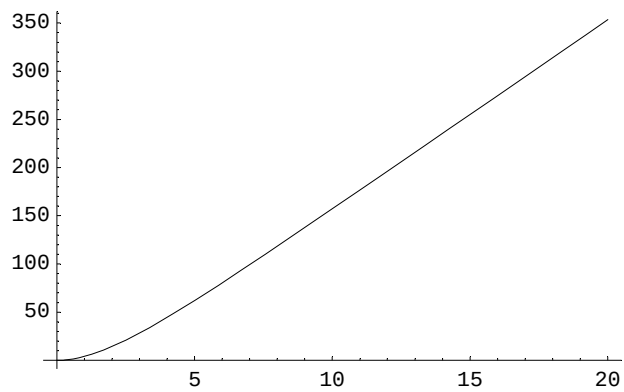
```
ratk = DSolve[{m g - k y'[t] == m y''[t], y[0] == 0, y'[0] == 0}, y[t], t]
```

```
{{y[t] -> 19.62 e^{-0.5 t} (2. - 2. e^{0.5 t} + 1. e^{0.5 t} t)}}
```

```
y[t_] = y[t] /. ratk[[1]]
```

```
19.62 e^{-0.5 t} (2. - 2. e^{0.5 t} + 1. e^{0.5 t} t)
```

```
kuva1 = Plot[y[t], {t, 0, 20}]
```

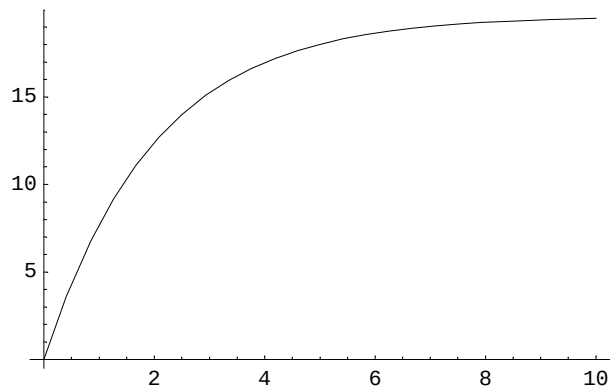


- Graphics -

```
v = D[y[t], t]
```

```
19.62 e-0.5 t (0. e0.5 t + 0.5 e0.5 t t) - 9.81 e-0.5 t (2. - 2. e0.5 t + 1. e0.5 t t)
```

```
Plot[v, {t, 0, 10}]
```



- Graphics -

54. Laske tiiliskiviesimerkki numeerisesti. Vertaa tuloksien yhtäpitävyyttä piirtämällä kummastakin kuvaajat päällekkäin, tai vaikka laskemalla niiden arvot muutamassa pisteessä.

```
Clear[y, k, g, m, t, ratk2]
```

```
m = 2;
```

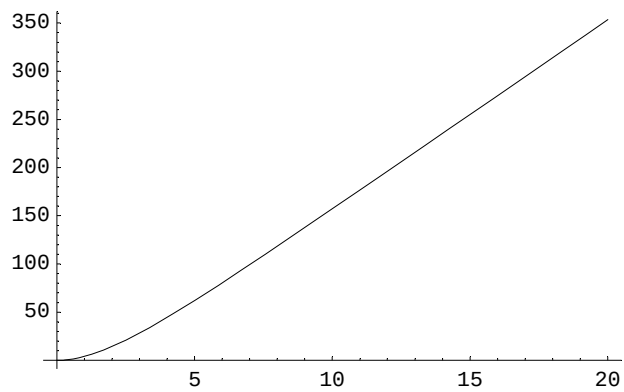
```
g = 9.81;
```

```
k = 1;
```

```
ratk2 = NDSolve[{m g - k y'[t] == m y''[t], y[0] == 0, y'[0] == 0}, y[t], {t, 0, 20}]
```

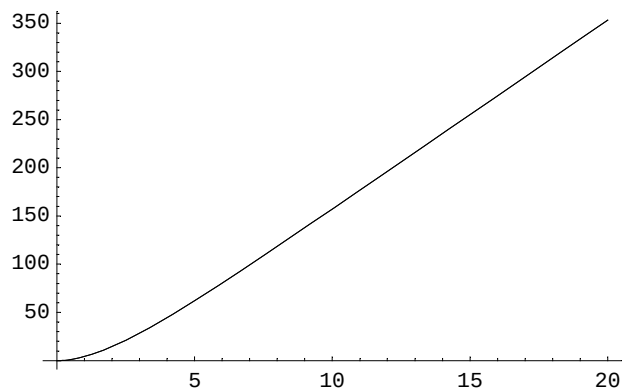
```
{{y[t] → InterpolatingFunction[{{0., 20.}}, <>][t]}}
```

```
kuva2 = Plot[y[t] /. ratk2, {t, 0, 20}]
```



- Graphics -

```
Show[kuva1, kuva2]
```



- Graphics -

55. Laske rakettiesimerkki ja piirrä sen ratkaisu, mutta lisää ilmanvastuksen aiheuttama voima, $F_{\text{ilma}} = -kv^2 = -k\dot{x}(t)^2$. Käytä k :lle vaikka arvoa 0.3. Vieläkö ratkaistava yhtälö on lineaarinen? Vertaa raketin lentorataa esimerkin lentorataan.

```
Clear[m, g, m0, a, f, ratkaisu, t, x]
```

```
g = 9.81;
```

```
m0 = 100;
```

```
a = 5;
```

```
f = 3000;
```

```
k = 0.3;
```

```
m[t_] = m0 - a t
```

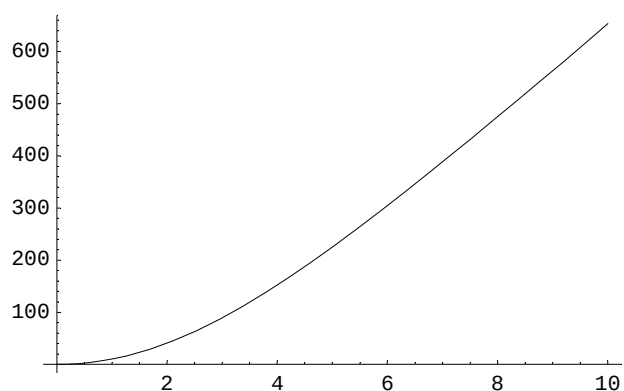
```
ratkaisu =
```

```
NDSolve[{f - m[t] g - k x'[t]^2 == m[t] x''[t], x[0] == 0, x'[0] == 0}, x[t], {t, 0, 10}]
```

```
100 - 5 t
```

```
{{x[t] → InterpolatingFunction[{{0., 10.}}, <>][t]}}
```

```
kuva1 = Plot[x[t] /. ratkaisu[1], {t, 0, 10}]
```



- Graphics -

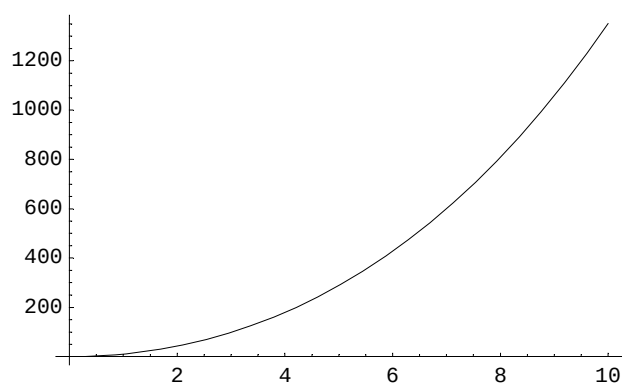
```
k = 0.0;
```

```
ratkaisu2 =
```

```
NDSolve[{f - m[t] g - k x'[t]^2 == m[t] x''[t], x[0] == 0, x'[0] == 0}, x[t], {t, 0, 10}]
```

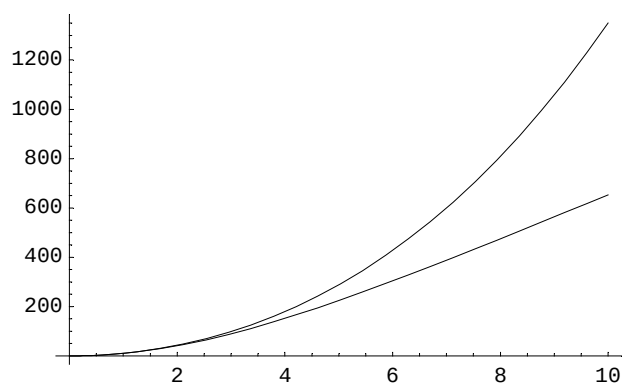
```
{{x[t] → InterpolatingFunction[{{0., 10.}}, <>][t]}}
```

```
kuva2 = Plot[x[t] /. ratkaisu2[1], {t, 0, 10}]
```



- Graphics -

```
Show[kuva1, kuva2]
```



- Graphics -