

Harjoitus 2

Huom. Mathematica-koodia voi kommentoida. Kommentit tulee kirjoittaa merkkien (* ja *) sisään. Toinen tapa kommentoida on luoda uusia, tekstityyliä soluja (ks. ratkaisut).

1. Listat, vektorit, matriisit. Lue luvut 1.8.1–4. ja 2.5.5. Huom. funktion D esittely löytyy luvusta 1.5.2. Se käydään tarkemmin läpi myöhemmin.

- a) Muodosta taulukko, jossa on 100 ensimmäisen positiivisen kokonaisluvun neliöt. Laske tämän taulukon alkioden summa.
- b) Määrittele vektorit $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ ja $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$, ja laske niiden välinen kulma.
- c) Olkoot $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ ja $\mathbf{b} = -\mathbf{j} - \mathbf{k}$. Määritä yksikkövektori, joka on kohtisuorassa vektoreiden $\mathbf{a}$ ja $\mathbf{b}$ virittämää tasoa vastaan.
- d) Määrittele matriisi

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Laske M :n käänteismatriisi M^{-1} , determinantti, ominaisarvot ja ominaisvektorit X_1 ja X_2 . Tarkista tulokset laskemalla tulot MM^{-1} , MX_1 ja MX_2 .

- e) Tämä tehtävä liittyy lukuun 2.5.5. Luo jokin 3-ulotteinen matriisi A , laske sen ominaisvektorit ja sijoita ne muuttujiin $\mathbf{a}[i]$, $i = 1 \dots 3$. Laske kaikki mahdolliset pistetulot $\mathbf{a}[i] \cdot \mathbf{a}[j]$. Kokeile myös indeksoida ominaisvektorit ominaisarvojen avulla, ts. $a[\lambda_i]$ tms.
2. Kuvaajien piirtäminen. Lue 1.9.1–6 ja 1.9.8–9. Voit hypätä yli osiot, joissa käsitellään `NDSolve`-funktiota (sillä ratkaistaan differentiaaliyhtälöitä).
 - a) Piirrä funktioiden $\sin x$ ja $\cos 2x$ kuvaajat, kun $0 < x < 2\pi$, samaan kuvaan.
 - b) Tee taulukko lukupareista $(n, n:s \text{ alkuluku})$, kun $n = 1, \dots, 20$ (tämä onnistuu `Prime`-funktiolla). Piirrä kuvaaja näistä lukupareista `ListPlot`-funktiolla.
 - c) Kappaleen lentoradan x - ja y -koordinaatit ajan funktiona ovat $x(t) = t^2 + 5t - 1$ ja $y(t) = 10 \sin(1/(t^2 + 10))$. Piirrä lentorata x, y -koordinaatistossa, kun $-2 < t < 2$.
 - d) Vilkaise tutoriaalia (“First five minutes with Mathematica”), ja selvitä, miten `Manipulate`-funktio toimii. Testaa sitä `Plot`-funktioon. 3. Tiedostonkäsittely. Lue 1.11.1–3. Huom. Komento `!!` on korvattu uudessa Mathematican versiossa komennolla `FilePrint`. $n!! = n(n-2)(n-4) \dots 3 \cdot 1$, jos n on pariton, ja $n!! = n(n-2) \dots 4 \cdot 2$, jos n on parillinen.

- a) Kirjoita edellisen tehtävän b)-kohdassa luomasi taulukko tiedostoon, kahteen sarakkeeseen. Lue taulukko tiedostosta. Kirjoita sama taulukko <<-komennolla tiedostoon. Avaa tiedosto tekstieditorilla ja si-
joita taulukko muuttujaan **a** (ts. kirjoita ennen taulukkoa **a=**). Luo
nyt Mathematican puolella taulukko, jossa on 20 seuraavaa lukuparia,
kirjoita se saman tiedoston loppuun ja luo siitäkin em. kaltainen si-
joituslause. Aja tiedosto.
- b) Olkoon kappaleen nopeus

$$\mathbf{v} = (2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \frac{1}{2}\mathbf{k})\text{m/s.}$$

Laske kappaleen sijainti $\mathbf{r}(t)$ hetkellä $t = 3\text{s}$, kun ajanhetkellä $t = 0$
kappale on pisteessä

$$\mathbf{r}(0) = (2\mathbf{k} - 6\mathbf{i})\text{m.}$$

Määrittele funktio, joka antaa kappaleen reitin ajan funktiona. Piirrä
reitti x, y, z -koordinaatistoon (`ParametricPlot3D`), kun $0 < t < 10\text{s}$.
Kirjoita kaikki komennot erilliseen tiedostoon. Voit avata sen halu-
amallasi tekstieditorilla; kun tallennat tiedoston, anna sille **.m**-pää-
teinen nimi. Aja tiedosto Mathematicassa komennolla

`<<"<hakemistopolku>/tiedosto.m"`

Huom. kirjoita koko hakemistopolku näkyviin, tai käytä `SetDirectory`-
funktia. Windowsin hakemistopoluissa muuta `\`-merkit `/`-merkeiksi.
Pidä laskuissasi mukana yksiköt, mutta supista ne pois, kun piirrät
kappaleen reittiä.

Kokeile tehdä tehtävä myös muuttuvan nopeuden tapauksessa. Täl-
löin tarvitsit integrointia, joka onnistuu Mathematicassa käskyllä
`Integrate[f,{x,xmin,xmax}]`, ks. luku 1.5.3. Nopeus ajan funk-
tiona voisi olla esim.

$$\mathbf{v}(t) = (2at\mathbf{i} - \mathbf{j} + \frac{bt^2}{2}\mathbf{k})\text{m/s.}$$

missä $a = 0.1\text{s}^{-1}$ ja $b = 10^{-4}\text{s}^{-2}$.

- c) Kirjoita tämänkin tehtävän laskut erilliseen tiedostoon.
Olkoon $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ja

$$f(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^3 \frac{(\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{r})^2}{2},$$

missä vektorit $\mathbf{a}_i$ ovat matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

ominaisvektorit. Piirrä f :n kuvaaja joillakin z :n arvoilla (voit käyttää
`Manipulate`-funktia) x :n ja y :n funktiona (`Plot3D`).