

Harjoitus 9

1. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y''(x) + 4xy'(x) + (102 + 4x^2)y(x) = 0 \quad (1)$$

Mathematican valmiilla funktioilla. Alkuehtoina $y(0) = 0$ ja $y'(0) = 1$. `DSolve` antaa vastaukseksi kompleksisen funktion. Funktio

`ComplexExpand`

laskee kompleksiset eksponenttifunktiot auki. Totea, että ratkaisufunktio onkin kokonaan reaalinen.

2. Ratkaistaan differentiaaliyhtälö (1) *differenssimenetelmällä* (ks. luennot). Muodosta ensin differenssiyhtälö kynällä ja paperilla ja ratkaise siitä y_{i+1} y_i :n ja y_{i-1} :n funktiona. Käytä alkuehtoina $y(0) = 0$ ja $y'(0) = 1$. Ratkaise yhtälö x :n suhteen sekä positiiviseen että negatiiviseen suuntaan, esim. x :n arvoon ± 3 asti. Pisteiden lukumäärä tällä välillä voisi olla n. 1000. Kokeile vähentää pisteiden määrää ja katso kuinka ratkaisun käy. Millä n :n arvolla ratkaisu räjähtää käsiin? Mikä on tätä n :ää vastaava h :n arvo? Vertaa tätä analyyttisen ratkaisun “aallonpituuteen”.