

Harjoitus 11

1. Esimerkki differentiaaliyhtälöstä, jolla on ominaisarvo, on seisovaa aaltoliikettä kuvaava yhtälö

$$y''(x) + k^2 y(x) = 0 \quad (1)$$

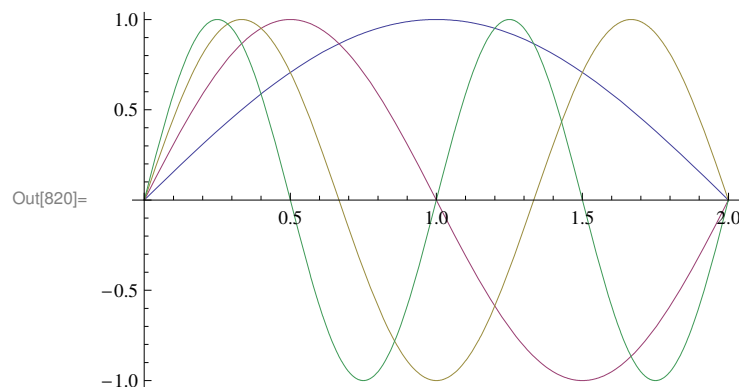
reunaehdoilla $y(0) = 0$ ja $y(L) = 0$. Yleisesti ottaen ainut ratkaisu tällaiselle ongelmalle on $y(x) = 0 \forall x$. Mathematicakin antaa vain tämän ratkaisun.

```
In[814]:= DSolve[{y''[x] + k^2 y[x] == 0, y[0] == 0, y[L] == 0}, y[x], x]
```

```
Out[814]= {{y[x] -> 0}}
```

Yhtälölle (1) on olemassa epätriviaaleja ratkaisuja joillekin k :n arvoille, jotka ovat siis yhtälön (reuna-arvoprobleeman) ominaisarvoja.

```
In[820]:= Plot[Evaluate[Table[Sin[k x] /. k -> i Pi/2, {i, 1, 4}]], {x, 0, 2}]
```



Epätriviaalit ratkaisut saadaan määrätyn ratkaisemalla yhtälö kahdessa osassa:

- $x \in [0, L/2]$, reunaehdoilla $y(0) = 0, y'(0) = 1$
- $x \in [L/2, L]$, reunaehdoilla $y(L) = 0, y'(L) = \pm 1$

ja sovittamalla ratkaisut yhteen pisteessä $x = L/2$.

Ratkaise tämä ongelma luennoissa esitettyä menetelmää mukaillen. Voit käyttää joko valmiista funktiota (N)DSolve, tai differenssimenetelmää (ratkaisussa esitän molemmat tavat).