

Harjoitus 2

Vahvistetaan ensimmäisessä harjoituksessa käytyjä asioita.

Huom. Mathematica-koodia voi kommentoida. Kommentit tulee kirjoittaa merkien `(*)` ja `*` sisään. Toinen tapa kommentoida on luoda uusia, tekstityylisiä soluja (ks. ratkaisut).

Tehtävissä olevat lukunumerot viittaavat The Mathematica Book -kirjaan, jonka 1. luku löytyy osoitteesta

<http://documents.wolfram.com/mathematica/book/section-1>

1. Listat, vektorit, matriisit. Lue luvut 1.8.1–4. ja 2.5.5. Huom. funktion `D` esittely löytyy luvusta 1.5.2. Se käydään tarkemmin läpi myöhemmin.

- a) Muodosta taulukko, jossa on 100 ensimmäisen positiivisen kokonaisluvun neliöt. Laske tämän taulukon alkioden summa.
- b) Määrittele vektorit $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$ ja $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + \mathbf{j}$, ja laske niiden välinen kulma.
- c) Olkoot $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ ja $\mathbf{b} = -\mathbf{j} - \mathbf{k}$. Määritä yksikkövektori, joka on kohtisuorassa vektoreiden $\mathbf{a}$ ja $\mathbf{b}$ virittämää tasoa vastaan.
- d) Määrittele matriisi

$$M = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Laske M :n käänteismatriisi M^{-1} , determinantti, ominaisarvot ja ominaisvektorit X_1 ja X_2 . Tarkista tulokset laskemalla tulot MM^{-1} , MX_1 ja MX_2 .

- e) Tämä tehtävä liittyy lukuun 2.5.5. Luo jokin 3-ulotteinen matriisi A , laske sen ominaisvektorit ja sijoita ne muuttujiin $\mathbf{a}[i]$, $i = 1 \dots 3$. Laske kaikki mahdolliset pistetulot $\mathbf{a}[i] \cdot \mathbf{a}[j]$. Kokeile myös indeksoida ominaisvektorit ominaisarvojen avulla, ts. $a[\lambda_i]$ tms.
2. Kuvaajien piirtäminen. Lue 1.9.1–6 ja 1.9.8–9. Voit hypätä yli osiot, joissa käsitellään `NDSolve`-funktioita (sillä ratkaistaan differentiaaliyhtälöitä).
- a) Piirrä funktioiden $\sin x$ ja $\cos 2x$ kuvaajat, kun $0 < x < 2\pi$, samaan kuvaan.
 - b) Tee taulukko lukupareista $(n, n$:s alkuluku), kun $n = 1, \dots, 20$ (tämä onnistuu `Prime`-funktioilla). Piirrä kuvaaja näistä lukupareista `ListPlot`-funktioilla.

- c) Kappaleen lentoradan x - ja y -koordinaatit ajan funktiona ovat $x(t) = t^2 + 5t - 1$ ja $y(t) = 10 \sin(1/(t^2 + 10))$. Piirrä lentorata x, y -koordinaatistossa, kun $-2 < t < 2$.
- d) Vilkaise tutoriaalia ("First five minutes with Mathematica"), ja selvitä, miten **Manipulate**-funktio toimii. Testaa sitä **Plot**-funktioon.
3. Tiedostonkäsittely. Lue 1.11.1–3. Huom. Komento **!!** on korvattu uudessa Mathematican versiossa komennolla **FilePrint**.
 $(n!! = n(n-2)(n-4) \cdots 3 \cdot 1$, jos n on pariton, ja $n!! = n(n-2) \cdots 4 \cdot 2$, jos n on parillinen.)
- a) Kirjoita edellisen tehtävän b)-kohdassa luomasi taulukko tiedostoon, kahteen sarakkeeseen. Lue taulukko tiedostosta. Kirjoita sama taulukko **<<**-komennolla tiedostoon. Avaa tiedosto tekstieditorilla ja siirrä taulukko muuttujaan **a** (ts. kirjoita ennen taulukkoa **a=**). Luo nyt Mathematican puolella taulukko, jossa on 20 seuraavaa lukuparia, kirjoita se saman tiedoston loppuun ja luo siitäkin em. kaltainen sijoituslause. Aja tiedosto.
- b) Olkoon kappaleen nopeus

$$\mathbf{v} = (2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \frac{1}{2}\mathbf{k})\text{m/s}.$$

Laske kappaleen sijainti $\mathbf{r}(t)$ hetkellä $t = 3\text{s}$, kun ajanhetkellä $t = 0$ kappale on pisteessä

$$\mathbf{r}(0) = (2\mathbf{k} - 6\mathbf{i})\text{m}.$$

Määrittele funktio, joka antaa kappaleen reitin ajan funktiona. Piirrä reitti x, y, z -koordinaatistoon (**ParametricPlot3D**), kun $0 < t < 10\text{s}$. Kirjoita kaikki komennot erilliseen tiedostoon. Voit avata sen haluamallasi tekstieditorilla; kun tallennat tiedoston, anna sille **.m**-päättimen nimi. Aja tiedosto Mathematicassa komennolla

<<"<hakemistopolku>/tiedosto.m"

Huom. kirjoita koko hakemistopolku näkyviin, tai käytä **SetDirectory**-funktia. Windowsin hakemistopoluissa muuta ****-merkit **/**-merkeiksi. Pidä laskuissasi mukana yksiköt, mutta supista ne pois, kun piirrät kappaleen reittiä.

- c) Kokeile tehdä b)-kohdan tehtävä myös muuttuvan nopeuden tapauksessa. Tällöin tarvitset integrointia, joka onnistuu Mathematicassa käskyllä **Integrate[f,{x,xmin,xmax}]**, ks. luku 1.5.3. Nopeus ajan funktiona voisi olla esim.

$$\mathbf{v}(t) = (2at\mathbf{i} - \mathbf{j} + \frac{bt^2}{2}\mathbf{k})\text{m/s}.$$

missä $a = 0.1\text{s}^{-1}$ ja $b = 10^{-4}\text{s}^{-2}$.