

Harjoitus 4

1. Lue luku 3.8.3. ja silmäile läpi luku 2.5.5. Tutustu funktioihin

`Interpolation`
`InterpolatingPolynomial`

Käy myös funktioiden helpeistä löytyvät esimerkit läpi.

2. Luo taulukko lukukupareista $(x, \sin(x))$, 0.5 stepillä, välillä $-2\pi < x < 2\pi$. Muodosta kolme interpoloivaa funktiota (kertaluvut 0,1 ja 2) ja piirrä niiden kuvaajat yhdessä $\sin(x)$:n kanssa.
3. Luo taulukko lukupareista $(x_i, f(x_i))$, missä

$$f(x) = \frac{x}{1 + x \sin^2 x}$$

ja $0 < x_i < 3\pi$; $i = 1, \dots, n$; $n = 2, 5, 10, 20, 50$.

Kirjoita funktio, joka laskee luennoissa esitetyn polynomin

$$p(x) = \sum_{i=1}^n f(x_i) \prod_{j=1, j \neq i}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

arvon. Totea, että $p(x_i) = f(x_i)$. Piirrä $p(x)$:n kuvaaja kaikilla em. n :n arvoilla.

Tee sama tehtävä Mathematican valmiilla funktiolla (kirjoita funktion nimi ja paina F1, niin saat lisätietoa)

`InterpolatingPolynomial[data,x]`

Totea, että interpoloivaa polynomia ei voi käyttää ekstrapolointiin vaan interpoloitavan pistejoukon ulkopuolella homma "lähtee lapasesta".

4. Käytetään edellisessä tehtävässä luotua lukuparitaulukkoa. Muodostetaan tähän datapisteistöön paloittain määritelty interpoloiva funktio, jossa q_i ovat 1. asteen polynomeja, ts. $q_i(x) = a_i(x - x_i) + b_i$, kun $x_i < x < x_{i+1}$. Kertoimet a_i ja b_i saadaan yhtälöistä

$$\begin{aligned} q_i(x_i) &= b_i = f_i \\ q_i(x_{i+1}) &= a_i(x_{i+1} - x_i) + b_i = f_{i+1} \end{aligned}$$

(kynällä ja paperilla).

Paloittain määritellyn funktion luominen onnistuu Mathematicassa `If`- ja `For`-lausekkeilla. Kannattaa luoda taulukko x :n arvoille.