

Harjoitus 8

1. Tutustu funktioihin `DSolve` ja `NDSolve`, käy helpit ja esimerkit läpi.
2. Ratkaise differentiaaliyhtälöt analyyttisesti ja numeerisesti, määritä sopivaksi katsomasi reuna-arvot ja piirrä ratkaisujen kuvaajat (tai ratkaisun reaaliosan kuvaaja, mikäli ratkaisu on kompleksifunktio)

a)

$$y'(x) = 6y(x)$$

b)

$$y'(x) + 3y(x) = 4$$

c)

$$4y''(x) - 3y'(x) + 5y(x) = 2$$

3. Vinossa heittoliikkeessä kappaleen rata voidaan ratkaista differentiaaliyhtälöistä

$$y''(t) = -g$$

$$x'(t) = v_{0x}$$

Ratkaise differentiaali yhtälöt erikseen ja identifioi ratkaisuihin alkupaidat ja -nopeudet. Anna sijoitusoperaattorilla ratkaisulle seuraavat alkuarvot $g = 9.81$, $v_{0x} = 10$, $v_{0y} = 20$, $y_0 = x_0 = 0$. Piirrä kappaleen rata (`ParametricPlot`) ja ratkaise yhtälöistä lakikorkeus ja heiton pituus.

4. Otetaan edelliseen tehtävän tilanteeseen nopeusriippuva ilmanvastus mukaan. Tällöin differentiaaliyhtälöt muuttuvat ja voimille saadaan

$$F_y = my''(t) = mg - ky'(t)$$

$$F_x = mx''(t) = -kx'(t)$$

Laske kappaleen ($m = 1$ kg) radan lakipiste ja heiton pituus kun $k = 1$ ja piirrä rata.

Jos kappaleen äärettömän syvään kuiluun, mikä olisi sen saavuttama rajanopeus?