

Harjoitus 10

Numeriikkaa.pdf:stä löytyy tietoa differentiaaliyhtälöiden ratkaisemisesta *differenssimenetelmällä*.

1. Palataan jälleen vinoon heittoliikkeeseen. Liikkeyhtälöt olivat:

$$my''(t) = mg - ky'(t)$$

$$mx''(t) = -kx'(t)$$

. missä $g = -9.81$ ja $k = 0.1$. Ratkaise kappaleen ($m = 0.5$ kg) rata differenssimenetelmällä ja piirrä sen kuvaaja. Alkuehdot ovat $y(0) = x(0) = 0$ and $x'(0) = 10$, $y'(0) = 20$. Nyt kysymyksessä on toisen kertaluvun differentiaaliyhtälö, joten tarvitset funktion arvon kahdessa ensimmäisessä pisteessä. Ensimmäinen tulee suoraan alkupaikasta. Toisen pisteen saat approksimoimalla derivaattaa

$$x'(t_1) \approx \frac{x_2 - x_1}{h}$$

ja ratkaisemalla siitä $x_2:n$.

2. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y''(x) + 4xy'(x) + (102 + 4x^2)y(x) = 0 \quad (1)$$

Mathematican valmiilla funktioilla. Alkuehtoina $y(0) = 0$ ja $y'(0) = 1$. `DSolve` antaa vastaukseksi kompleksisen funktion. Funktio

`ComplexExpand`

laskee kompleksiset eksponenttifunktiot auki. Totea, että ratkaisufunktio onkin kokonaan reaalinen.

3. Ratkaistaan differentiaaliyhtälö (1) *differenssimenetelmällä* (ks. luennot). Muodosta ensin differenssiyhtälö kynällä ja paperilla ja ratkaise siitä y_{i+1} $y_i:n$ ja $y_{i-1}:n$ funktiona. Käytä alkuehtoina $y(0) = 0$ ja $y'(0) = 1$. Ratkaise yhtälö $x:n$ suhteen sekä positiiviseen että negatiiviseen suuntaan, esim. $x:n$ arvoon ± 3 asti. Pisteiden lukumäärä tällä välillä voisi olla n. 1000. Kokeile vähentää pisteiden määrää ja katso kuinka ratkaisun käy.