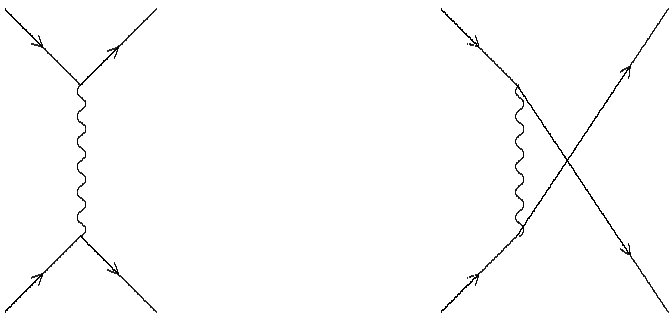
1. Osoita, että alla olevien $e^- e^- \to e^- e^-$ -sironnan kahden Feynmannin graafien interferenssitekijä on suurenergiarajalla muotoa

$$2e^4 \frac{2s^2}{tu} \ .$$



Osoita edelleen, että vasemmanpuoleinen graafi, jonka invariantti amplitudi on $2e^4 \frac{s^2+u^2}{t^2}$, antaa differentiaalisen vaikutusalan "etupiikin".

2. Kirjoita ns. ympyräpolarisaatiovektoreiden

$$\vec{\varepsilon}_R = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{\varepsilon}_1 + i\vec{\varepsilon}_2) \qquad \vec{\varepsilon}_1 = (1,0,0)$$

$$\vec{\varepsilon}_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{\varepsilon}_1 - i\vec{\varepsilon}_2) \qquad \vec{\varepsilon}_2 = (0,1,0)$$

muunnosyhtälöt kulman θ suuruisessa kierrossa z-akselin ympäri ja päättele tuloksen perusteella, että $\vec{\varepsilon}_R$ ja $\vec{\varepsilon}_L$ kuvaavat helisiteetin +1 ja -1 fotonia vastaavasti.

3. Gordonin identiteetti:
Osoita, että spin-$\frac{1}{2}$ hiukkasen verteksissä voidaan verteksitermi jakaa kahteen osaan seuraavasti:

$$\bar{u}_f \gamma^\mu u_i = \frac{1}{2m} \bar{u}_f \left[(p_f + p_i)^\mu + i\sigma^{\mu\nu} (p_f - p_i)_\nu \right] u_i \, ,$$

missä u_i ja u_f ovat alkutilan ja lopputilan spinorit sekä p_i ja p_f vastaavat 4-impulssit. Yhtälö osoittaa, että spin-$\frac{1}{2}$ hiukkaset vuorovaikuttavat sekä sähkövarauksensa että magneettisen momenttinsa (spin) kautta.

4. Osoita, että epärelativistisella rajalla elektronivirralle tilojen ψ_i ja ψ_f välillä

$$j_\mu^{fi} = -e\bar{u}_f \gamma_\mu u_i e^{i(p_f - p_i)\cdot x}$$

saadaan Gordonin hajotelmalla erotettua osat, jotka kuvaavat elektronin varauksen ja magneettisen momentin vuorovaikutusta sm-kentän A_μ kanssa. Oletetaan, että A_μ on ajasta riippumaton, jolloin sironta-amplitudi em. tilojen välillä on

$$T_{fi} = -i2\pi\delta(E_f - E_i) \int d^3x j_\mu^{fi} A_\mu.$$

Magneettisen momentin vuorovaikutuksen $-\mu \cdot \mathbf{B}$ tunnistamisessa on apua yhtälöstä

$$\int d^3x \left[-\frac{e}{2m} \bar{\psi}_f i\sigma_{\mu\nu}(p_f - p_i)^\nu \psi_i \right] A_\mu = \int d^3x \psi_A^{f\dagger} \left(\frac{e}{2m} \sigma \cdot \mathbf{B} \right) \psi_A^i.$$

Tässä ψ_A tarkoittaa aaltofunktion ψ kahta ylintä, "suurta" komponenttia.