1. Laske välivaiheet luennolla esitetystä relativisesta liikkeestä Coulombin potentiaalissa. Millä aproksimaatiolla tulos redusoituu epärelativistiseen tulokseen? Osoita, että yhden kierroksen aikana ellipsirata on kääntynyt kulman

$$2\pi \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\alpha}{c^2 p_\varphi^2}}} - 1 \right)$$

(Vihje: Palauta sopivalla muunnoksella rataintegraali aiemmin tuttuun muotoon)

2. a) Laske tasossa neliössä olevien varausten dipoli- ja quadrupolimomentit

$$\bullet^{-e} \quad \bullet^{+e}$$

$$\bullet^{+e} \quad \bullet^{-e}$$

b) Varausjakautuma $\rho(\vec{r})$ on symmetrinen kierroissa z-akselin ympäri. Laske kaikki dipoli- ja quadrupolimomentit niin pitkälle kuin tämän tiedon varassa on mahdollista.

3. Dipolimomentti $\vec{d}$ on tasaisessa ulkoisessa kentässä $\vec{E}$. Osoita integroimalla Maxwellin jännitystensoria momenttikeskeisen pallon pinnan yli, että dipoliin kohdistuva vääntömomentti on $\vec{N} = \vec{d} \times \vec{E}$.

4. Osoita, että vektoripotentiaalin staattinen ratkaisu

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \frac{\vec{\mathbf{j}}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

toteuttaa mittaehdon

$$\nabla \cdot \vec{\mathbf{A}} = 0$$

5. a) Laske magneettisen dipolin $\vec{B}$-kenttä lähtien vektoripotentiaalin lausekkeesta.
b) Osoita, että tasossa olevan virtasilmukan magneettinen momentti $\vec{m} = AI\hat{n}$, jossa A on virtasilmukan pinta-ala, I virta ja $\hat{n}$ tason normaali.